

Exercice 1:

- 1) Développer $\cos(a + b)$, $\cos(a - b)$, $\sin(a + b)$, $\sin(a - b)$.
- 2) a) Donner les coordonnées polaires des points $A(2, -2)$; $B(\sqrt{3}, -1)$
 b) Mettre les expressions suivantes sous forme $r \cdot \cos(ax + b)$
 $A(x) = 2 \cos(x + \pi/3) - 2 \sin(x + \pi/3)$
 $B(x) = \sqrt{3} \sin(3x) - \cos(3x)$
 $C(x) = 3 \cos(2x - \pi/4) + 3\sqrt{3} \sin(2x - \pi/4)$
- 3) Résoudre dans \mathbb{R} les équations :
 $A(x) = 2$, $A(x) = -2$, $B(x) = -1$, $B(x) = -\sqrt{3}$, $C(x) = -3\sqrt{2}$.

Exercice 2 :

- 1) Résoudre dans \mathbb{R} puis dans $[-\pi, \pi]$ l'équation : $1 + 2\cos(2x) = 0$.
- 2) On pose $f(x) = 1 + \cos(2x) + \cos(4x)$ pour tout réel x .
 a) Exprimer $f(x)$ en fonction de $\cos(2x)$.
 b) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = 0$ et placer les images des solutions sur le cercle trigonométrique.

$$3) \text{ Soit la fonction } g \text{ définie par } g(x) = \frac{-\sqrt{3} \cos(2x) + \sin(2x) - \sqrt{3}}{1 + \cos(2x) + \cos(4x)}$$

Résoudre dans $[-\pi, \pi]$ l'équation : $g(x) = 0$.

Exercice 3:

I) x est un réel tel que : $1 - \cos x - \sin x \neq 0$ et $\sin x - \sin(2x) \neq 0$.

$$1) \text{ Montrer que } \frac{\sin x + \sin(2x)}{\sin x - \sin(2x)} = \frac{1 + 2 \cos x}{1 - 2 \cos x}$$

$$2) \text{ Montrer que } \frac{1 + \cos x - \sin x}{1 - \cos x - \sin x} = -\cot g\left(\frac{x}{2}\right)$$

II) Soit $A(x) = \cos(2x - \pi/4) + \sqrt{3} \sin(2x - \pi/4)$

- 1) Montrer que $A(x) = 2 \cos(2x - 7\pi/12)$
- 2) a) Calculer $A(0)$ de deux manières différentes.
 b) En déduire la valeur de $\cos(7\pi/12)$ et de $\sin(7\pi/12)$.
- 3) Résoudre dans \mathbb{R} puis dans $]-\pi, \pi[$ l'équation $A(x) = -\sqrt{3}$.

Exercice 4 :

1) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $\cos(x + \pi/3) - \sin(2x - \pi/6) = 0$.

2) Résoudre dans $]-\pi, \pi[$: $tg^2(3x) + (\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}})tg(3x) + 1 = 0$

3) On pose: $f(x) = 1 + \sin x - \cos(2x) + \sin(3x)$.

$$g(x) = \sin(2x) - 2\sqrt{3} \sin^2 x.$$

$$A(x) = f(x)/g(x)$$

- a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $g(x) = 0$ et placer les images des solutions sur le cercle trigonométrique.
- b) En déduire ainsi le domaine de définition D_A de la fonction A .
- c) Pour x dans D_A , simplifier $A(x)$.

Exercice 5

- 1) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\sin x - \cos x = \sqrt{2} \cos(x - 3\pi/4)$
- 2) Résoudre dans $]-\pi, \pi]$: $\sin x - \cos x \geq 0$.
- 3) Résoudre dans $]-\pi, \pi]$: $(\sin x - \cos x)(1 + \frac{1}{2} \sin 2x) \geq 0$.

Exercice 6

I- Soit $T(x) = 1 + \cos 2x - 2\sqrt{3} \cos x \sin x$

1/ calculer $T(0)$; $T(5\pi)$ et $T(-\frac{\pi}{6})$

2/ Montrer que $T(x) = 1 + 2 \cos(2x + \frac{\pi}{3})$

3/ Résoudre dans \mathbb{R} puis dans $[0, \pi]$ l'équation $T(x) = 1 - \sqrt{3}$

II- Résoudre dans $[0, 2\pi[$ les inéquations :

a) $2 \sin x + \sqrt{3} \geq 0$; b) $\sqrt{2} \cos(2x - \frac{\pi}{5}) \leq -\sqrt{3}$

Exercice 2

Soit la fonction F définie par $f(x) = \sin^2(x) + \sin(x) \cdot \cos(x) - 1/2$.

1) Vérifier que $F(x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin(2x - \pi/4)$.

2) Résoudre dans $[0, \pi]$ l'équation : $F(x) = 0$.

3) Étudier F et tracer la courbe (C) de la restriction de F à $[-\pi, \pi]$ dans le plan rapporté à un repère orthonormé $R = (0, \vec{i}, \vec{j})$.

4) Soit la fonction g définie par $g(x) = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(2x - \frac{\pi}{4})$

On désigne par (Γ) la courbe de la restriction de g à $[-\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}]$ dans le repère R

Montrer que (Γ) se déduit de (C) par une translation dont on précisera le vecteur.